

Pescara, 21 gennaio 2014

Costruire un curriculum verticale di matematica nello spirito delle Indicazioni Nazionali

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

Alcune parole chiave

RESPONSABILITA'

PROGETTUALITA'

STRATEGIE

SCELTE

OBIETTIVI

DECISIONI

CONSAPEVOLEZZA

AUTONOMIA

L'obiettivo non è di accompagnare passo dopo passo lo studente nella quotidianità di tutte le sue esperienze, bensì di proporre un'educazione che lo spinga a fare **scelte autonome e feconde**, quale risultato di un confronto continuo della sua **progettualità** con i valori che orientano la società in cui vive.

La scuola può e deve educare a questa **consapevolezza** e a questa **responsabilità** i bambini e gli adolescenti, in tutte le fasi della loro formazione.

Sviluppare l'*autonomia* significa avere fiducia in sé e fidarsi degli altri; provare soddisfazione nel fare da sé e saper chiedere aiuto o poter esprimere insoddisfazione e frustrazione elaborando progressivamente risposte e **strategie**; esprimere sentimenti ed emozioni; partecipare alle **decisioni** esprimendo opinioni, imparando ad operare **scelte** e ad assumere comportamenti e atteggiamenti sempre più **consapevoli**.

(...) fornendo all'alunno le occasioni per acquisire **consapevolezza** delle sue potenzialità e risorse, per **progettare** la realizzazione di esperienze significative e verificare gli esiti conseguiti in relazione alle attese.

Favorisce lo sviluppo delle capacità necessarie (...) per porsi **obiettivi** non immediati e perseguirli. Promuove inoltre quel primario senso di **responsabilità** che si traduce nel fare bene il proprio lavoro e nel portarlo a termine (...).

Profilo delle competenze al termine del primo ciclo di istruzione

Lo studente (...) è in grado di iniziare ad affrontare in autonomia e con **responsabilità**, le situazioni di vita tipiche della propria età (...).

Ha **consapevolezza** delle proprie potenzialità e dei propri limiti (...), orienta le proprie **scelte** in modo **consapevole** (...).

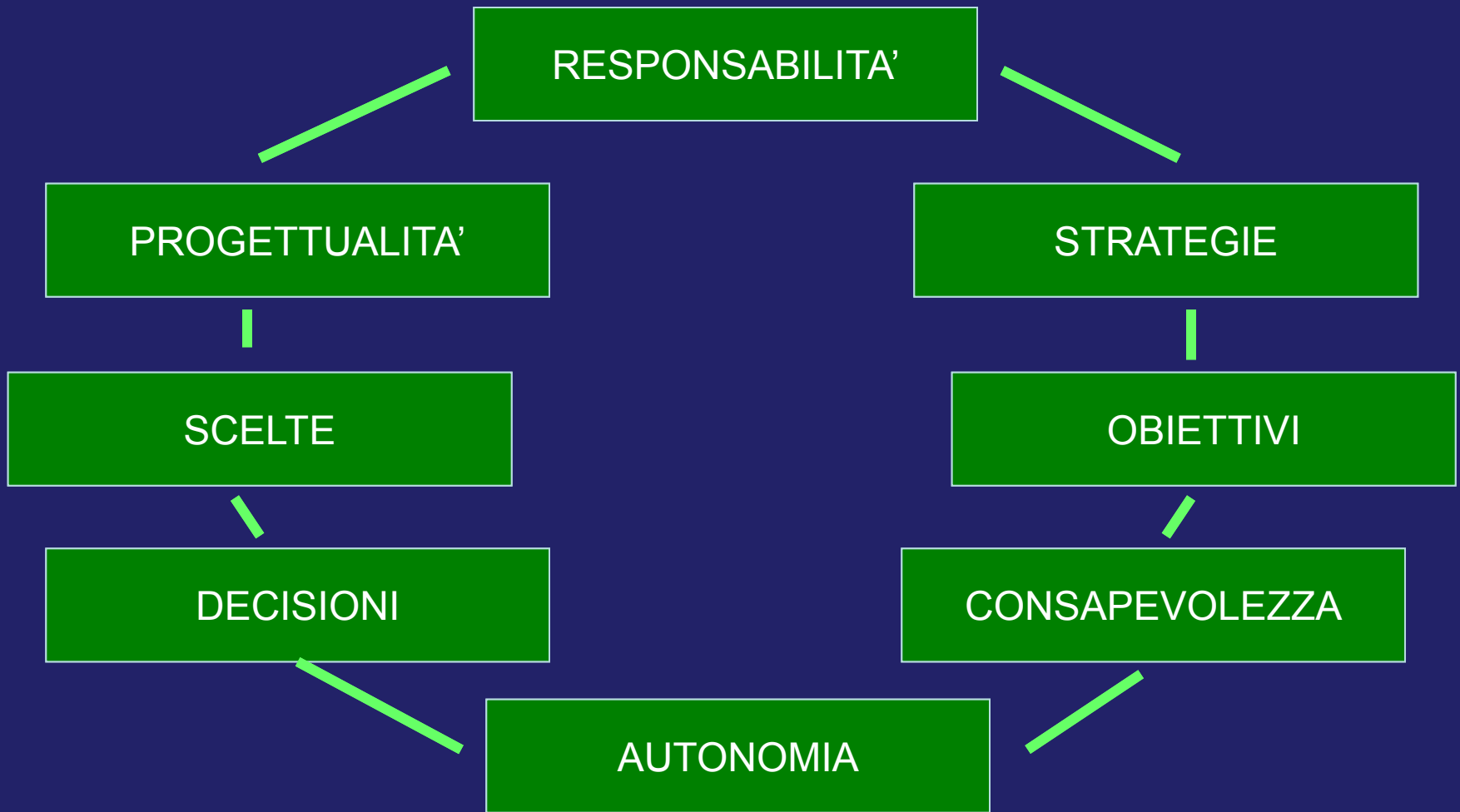
Il possesso di un pensiero razionale gli consente di **affrontare problemi** e situazioni sulla base di elementi certi e di avere consapevolezza dei limiti delle affermazioni che riguardano questioni complesse che non si prestano a spiegazioni univoche.

(...) è allo stesso tempo capace di ricercare e di procurarsi velocemente nuove informazioni ed impegnarsi in nuovi apprendimenti anche **in modo autonomo**. (...)

Si assume le proprie **responsabilità** e chiede aiuto quando si trova in difficoltà e sa fornire aiuto a chi lo chiede. (...)

È disposto ad analizzare se stesso e a misurarsi con le novità e gli imprevisti.

Alcune parole chiave



PROBLEM SOLVING

MATEMATICA

Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad **affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche**, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, **dedicando il tempo necessario** alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili **strategie** risolutive.

Che tipo di problema?

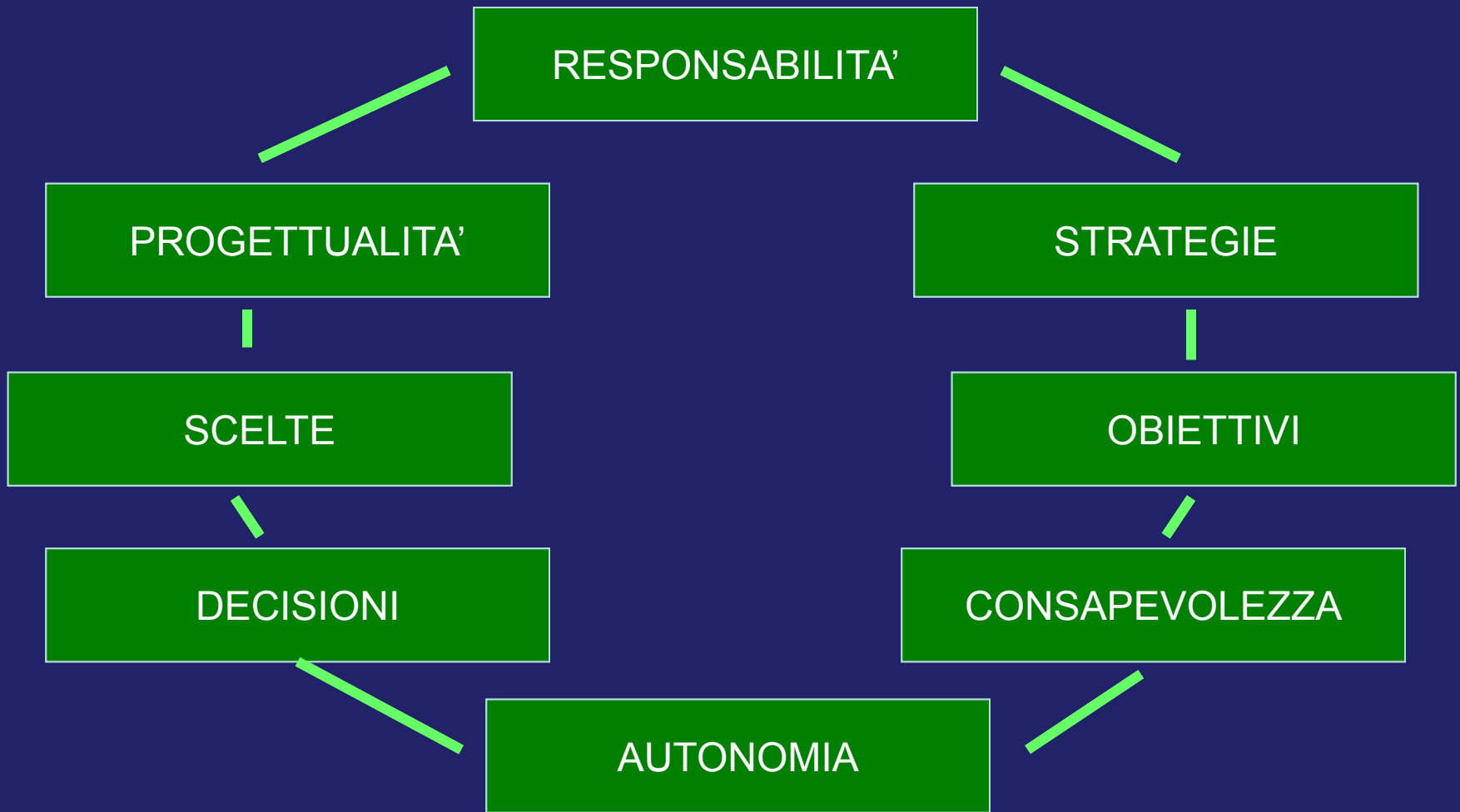
Come usarlo?

Perché?

Scelte didattiche

...dell'insegnante!

Alcune parole chiave



PROBLEM SOLVING

Che cos'è un problema?

Un problema sorge
quando un essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]

PROBLEM SOLVING

Che cos'è un problema?

Un problema sorge
quando un essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]



problema / esercizio

ESERCIZIO

PROBLEMA

comportamento
automatico

comportamento
strategico

...nel problema si devono prendere DECISIONI

Che cos'è un problema?

Un problema sorge
quando un essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]



dimensione

- soggettiva

Che cos'è un problema?

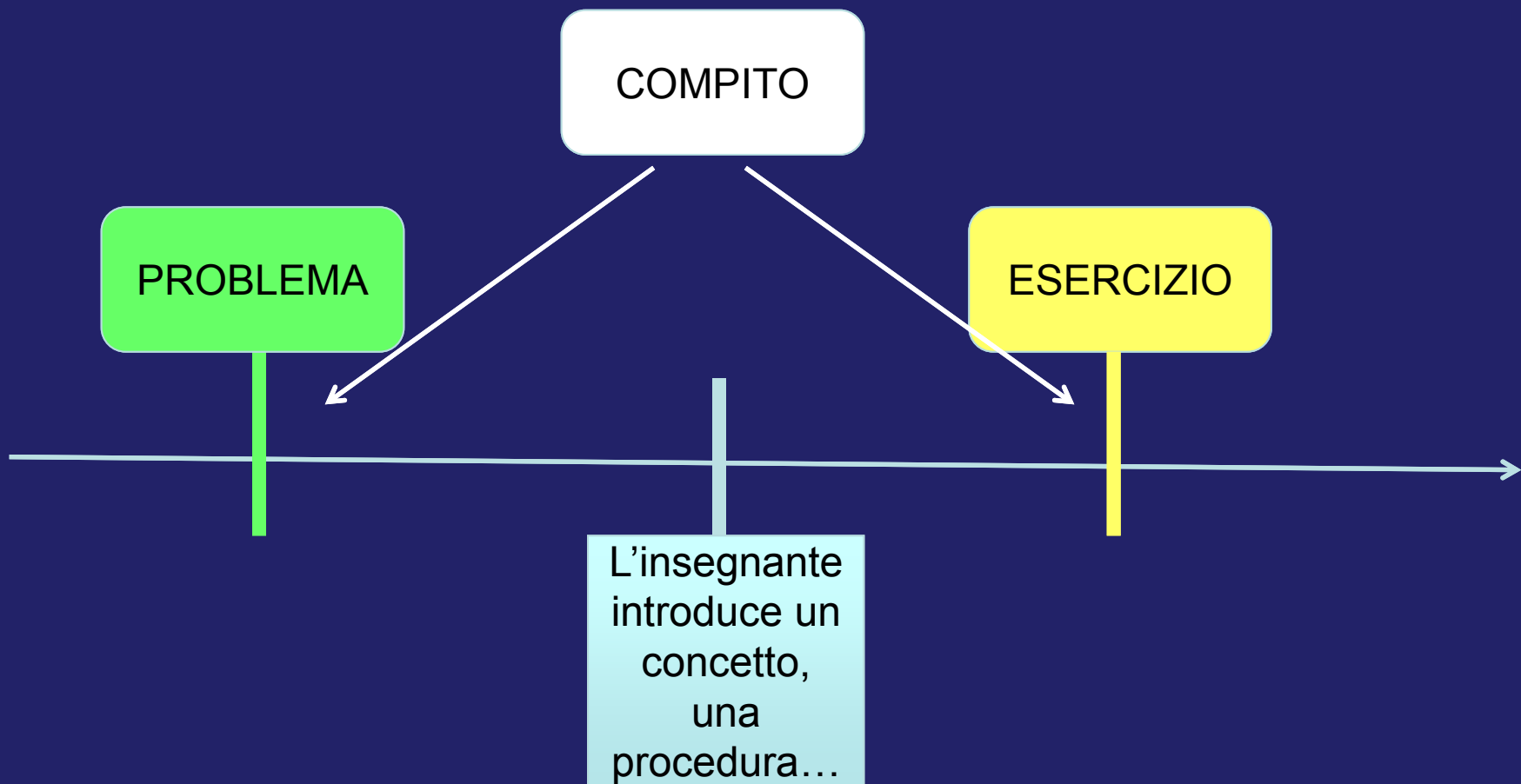
Un problema sorge
quando un essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]



dimensione

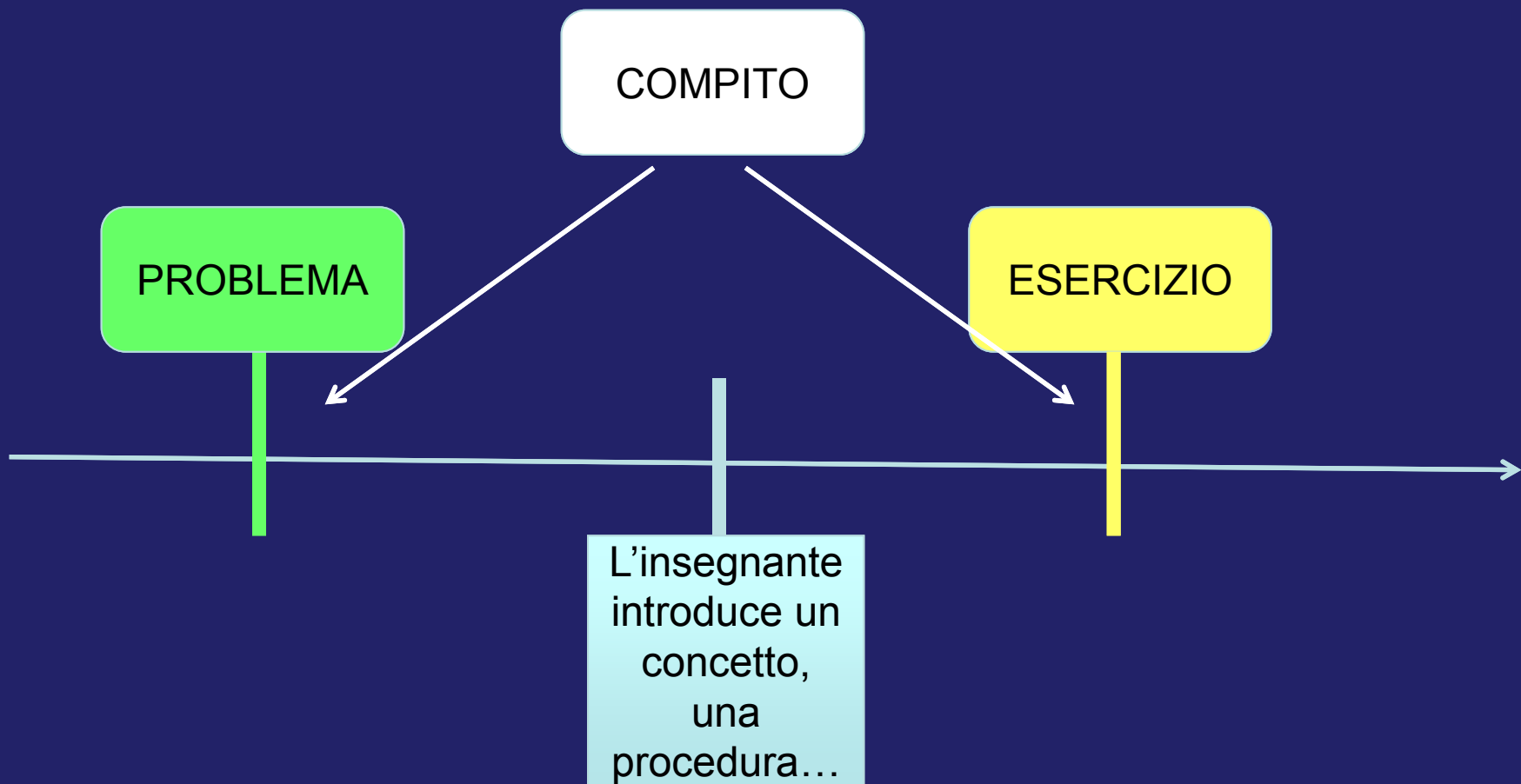
- soggettiva
- temporale



Ruolo diverso dell'errore

Popper

‘Evitare errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l’errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza. In effetti, è dalle nostre teorie più ardite, *incluse quelle che sono erronee*, che noi impariamo di più. Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi. ‘



Ruolo diverso dell'errore
Idea diversa di SUCCESSO

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]



dimensione

- soggettiva
- temporale
- motivazionale

Che cos' è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

↘ Ha una meta?

↘ *Quale* meta?

v. Von Neumann

- motivazionale

Volevo prendere 8 alla verifica

Ho preso 7

FALLIMENTO

Ho preso 6

SUCCESSO

**Volevo prendere
la sufficienza alla verifica**

Potenzialità del problem solving

- Attiva processi decisionali
- Sviluppa abilità metacognitive
- Favorisce:
 - ✓ l'assunzione della responsabilità di tali processi
 - ✓ il movimento della mente nel tempo (anticipare le conseguenze; rivedere il percorso fatto)
 - ✓ un'idea di successo identificata con l'attivazione di processi di pensiero
 - ✓ una visione delle discipline come discipline vive
 - ✓ competenze sociali e di argomentazione, stimulate dalla collaborazione e dal confronto

Esercizi stereotipati e non problemi



NO!

- Si fa in genere problem solving a scuola?
- In particolare si fa problem solving in matematica, attraverso l'usuale attività di soluzione di problemi?

Esercizi stereotipati e non problemi

- sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione;
- sono risolvibili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese (recentemente) a scuola;
- non è ammessa alcuna interazione con la realtà.

Proposti con modalità stereotipate

Esercizi stereotipati e non problemi

- sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione;
- sono risolvibili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese (recentemente) a scuola;
- non è ammessa alcuna interazione con la realtà.

➤ L'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

- L'attenzione è sulla produzione di risposte corrette
- Le conoscenze matematiche sono quelle su cui l'insegnante si è limitato
- Il tempo a disposizione è limitato
- La collaborazione con gli allievi è limitata
- Si cerca di 'aiutare' gli allievi

...aumentare la probabilità che diano la risposta corretta



Si riduce la complessità (tipica dei problemi reali)

➤ L'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

➤ L'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

Per me un problema è come una prova di capacità, che serve per riconoscere l'intelligenza del ragazzo o della ragazza. [5.a el.]



Un fallimento ripetuto convincerà l'allievo che non è in grado di fare matematica, che non è intelligente

Nel caso di allievi in difficoltà

- La complessità si riduce ulteriormente:
- Si spezza la domanda in tante sotto-domande
- L'ultima risposta è quella 'corretta'



L'allievo ha dato la risposta corretta...
...ma non ha risolto il problema!

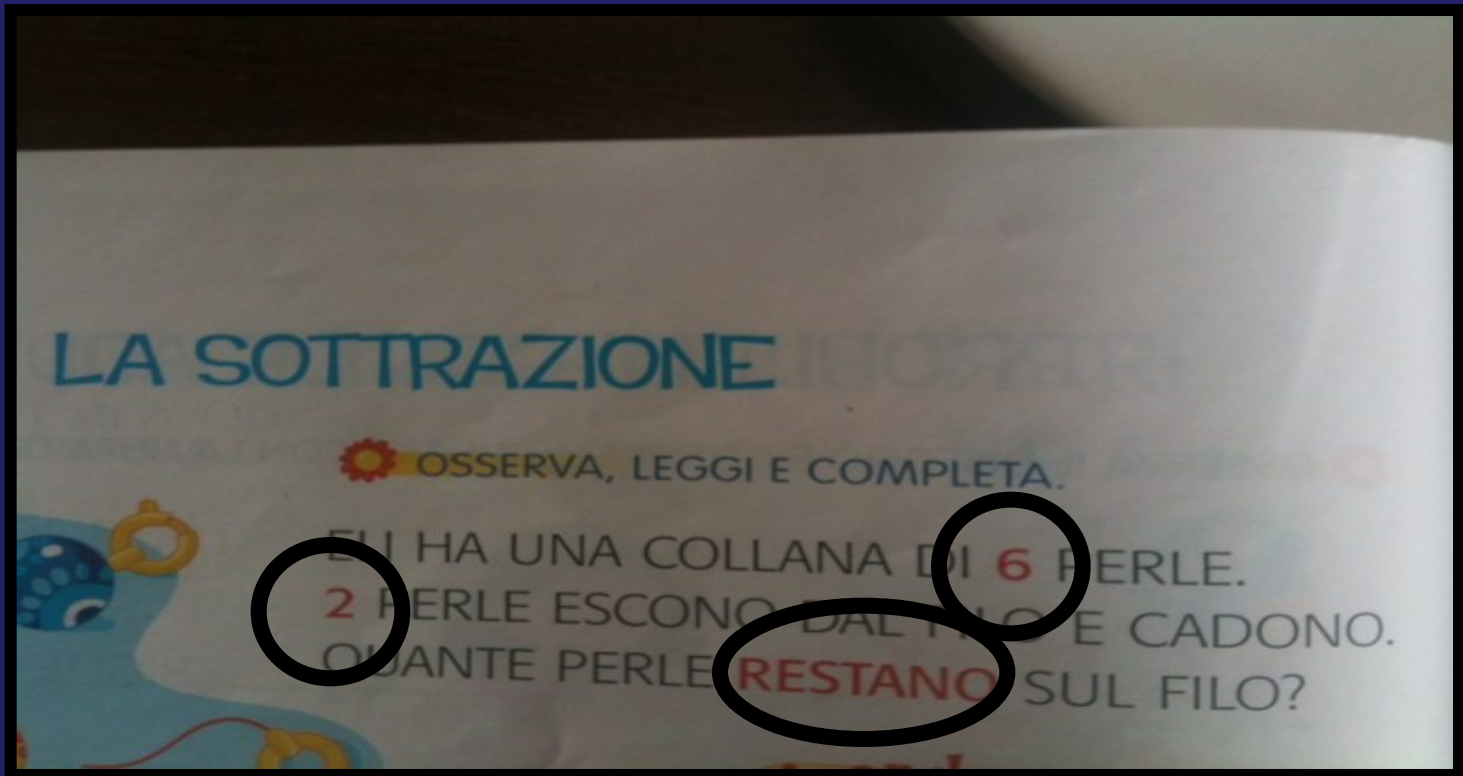
Nel caso di allievi in difficoltà

- La complessità si riduce ulteriormente:
- Si spezza la domanda in tante sotto-domande
- L'ultima risposta è quella 'corretta'



...proprio agli allievi che avrebbero più bisogno di sviluppare abilità di problem solving non viene offerta alcuna occasione per farlo

Responsabilità dei libri di testo



Dati
numerici

Parole
chiave



Scelta
dell'operazione

ISRAELE

Quale sarà la temperatura dell'acqua in un recipiente se metti insieme una caraffa d'acqua a 10° e una a 40° ?



$$10^{\circ} + 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

ESERCIZI RIASSUNTIVI: problemi

5. pagina

RISOLUZIONE DI UN PROBLEMA

1 Leggi il testo e risolvi il problema.

Con l'arrivo della primavera, i giardinieri hanno piantato 125 gerani, 246 petunie e 94 begonie.

Quanti fiori in tutto hanno piantato?



DATI

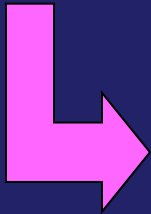
OPERAZIONE

DATI

OPERAZIONI

L'età del capitano (FRANCIA)

Su un battello ci sono 36 pecore.
10 muoiono affogate.
Quanti anni ha il capitano?



...i bambini 'rispondono' !!!!

Passi

(INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.

Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28.

Chi ha il passo più lungo?

DATI?

OPERAZIONE?

OBIETTIVI

Valutare
conoscenze e
abilità



Costruire
conoscenze e
competenze



la complessità viene vista come un ostacolo alla
produzione di risposte corrette



...un' adeguata complessità è necessaria per
attivare processi di pensiero significativi

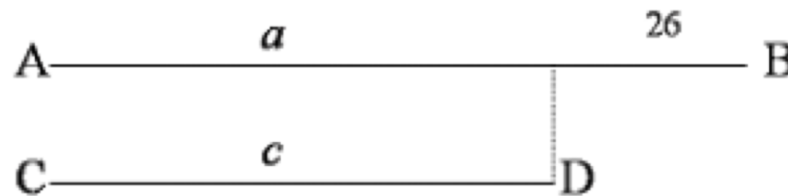
L'attività in classe

Insegnare come si
risolve un certo tipo
di problemi



Esempio:

Su una spiaggia ci sono 130 ombrelloni in tutto; gli ombrelloni aperti sono 26 in più di quelli chiusi. Quanti sono gli ombrelloni aperti e quanti quelli chiusi sulla spiaggia?



Insegnare come si
risolve un certo tipo
di problemi



Insegnare ad
affrontare/risolvere
problemi



Le strategie e i fatti della matematica
diventano REGOLE da memorizzare.



Le strategie e i fatti della matematica
diventano RISORSE da utilizzare.

Responsabilità dei libri di testo

Indicatori linguistici

- 'Regole'
- 'Ricorda'
- 'Devi'
- ...

CONSEGUENZE

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo

- errore
- tempo



...sono visti come NEMICI, invece che come RISORSE

Quando vengo interrogata, o viene annunciato un compito in classe entro in uno stato d'ansia, le mani iniziano a tremare e vengo avvolta dalla paura di sbagliare.
Erika, 2^a media

Durante le verifiche ho così paura di sbagliare che metto i portafortuna sul banco.
Francesco, 3^a el.

ERRORE

...quando finalmente riesco a prendere confidenza con un argomento, come se lo facessero apposta, andiamo avanti col programma e rimango fregato.

Matteo, 2a superiore

La mia maestra era una di quelle all'antica che voleva tutto e subito.

Simone, 4a superiore

TEMPO

CONSEGUENZE

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo



- Una visione distorta della matematica
- Una visione distorta di sé come allievo

CONSEGUENZE

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo



- Una visione distorta della matematica

Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.



...e non conclude

“a questo punto non so,
cioè *non mi ricordo bene le formule...*”

I PERCHÉ



REGOLE

PRO

Una materia:

- normativa
- compulsiva

ESERCIZI

RAGI

RICORDARE

RIFLETTERE



AGIRE

SUCCESSO

= DARE RISPOSTE CORRETTE IN POCO TEMPO

Indicazioni Nazionali (p.60)

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

CONSEGUENZE 4

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo



- Una visione distorta della matematica
- Una visione distorta di sé come allievo

Dal tema: *Io e la matematica*

“ Alle elementari non ero una grossa cima in matematica, quindi in 3^a elementare vidi che non ero brava e chiusi così la mia testa, dicendo che questa non faceva per me. ” (Azzurra, 1° media)

**Scarso senso
di auto-efficacia**

**Visione 'distorta'
della matematica**

La matematica
è incontrollabile

FATALISMO

**Rinuncia
a pensare**

**NON
RISPONDE**

**RISPONDE
A CASO**

Azzurra

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l' altezza di 8 cm.

Azzurra: 12×8

Ins.: 'Perché moltiplichi?'

Azzurra:

'Divido?'

CONSEGUENZE

- La tipologia stereotipata dei problemi utilizzati mette in secondo piano il ruolo delle decisioni, riducendolo al più alla scelta dell'operazione giusta

Per me un problema è una cosa che si
deve risultare uguale a quello che la
maestra ha già fatto. [3.a el.]

Per me un problema è dove bisogna pensare
a se dividere, moltiplicare, addizionare,
togliere i seguenti numeri. [4.a el.]

CONSEGUENZE

- La tipologia stereotipata dei problemi utilizzati mette in secondo piano il ruolo delle decisioni, riducendolo al più alla scelta dell'operazione giusta
- Gli allievi non hanno occasioni:
 - di gestire e interpretare l'insuccesso in un ambiente protetto
 - di gestire le emozioni
 - di sperimentare l'importanza della determinazione

Un problema o lo capisci subito o non lo capisci più

“Per me un problema è uno svolgimento di cui bisogna riflettere, pensare.

Ed è anche una lezione che si svolge nel quaderno di aritmetica,

la parola problema mi fa venire in mente una cosa di cui ha bisogno di tempo, è una cosa che bisogna impegnarci capirla.

Il problema è una cosa un po' difficile ma se un bambino mette bene i dati può capire facilmente.

Si certo è uno svolgimento che se uno lo capisce bene, altrimenti non lo può più capire.

Per me la parola problema è una cosa difficile che mi fa sentir male.” [4.8 C]

Indicazioni per un'attività di effettivo problem solving

OBIETTIVI

Valutare
conoscenze e
abilità



Costruire
conoscenze e
competenze

- Si recupera il ruolo positivo dell'errore
- Si eliminano i vincoli legati alla valutazione:
 - ✓ Tempo
 - ✓ Processi risolutivi condizionati dalle conoscenze impartite di recente in classe
 - ✓ Scollegamento dalla realtà

OBIETTIVI

Costruire
conoscenze e
competenze



...un' adeguata complessità è necessaria per
attivare processi di pensiero significativi

Che tipo di problema?

Come usarlo?

Perché?

Scelte didattiche

...dell'insegnante!

Che tipo di problema?

Come usarlo?

Perché?

Scelte didattiche

...dell'insegnante!

LA STRUTTURA MATEMATICA

Si devono utilizzare
conoscenze apprese
di recente



Non si sa a priori
quali conoscenze
vanno utilizzate

C' è una e una sola
soluzione



Ci possono essere
più soluzioni, o anche
nessuna

Si devono combinare
con operazioni tutti e soli
i dati numerici presenti



I dati non è detto
siano solo numerici.
Non è detto che
ci vogliano operazioni.

E' del tipo “tutto o
niente”



E' possibile
l'esplorazione

Che tipo di problema?

Come usarlo?

Perché?

Scelte didattiche

...dell'insegnante!

MODALITA' D'USO

Da soli



A gruppi

Poco tempo



Il tempo necessario

A casa

(in classe solo la verifica)



In classe

L' insegnante
corregge, risponde



L' insegnante
fa domande

Un 'buon' problema

Alcuni indicatori:

- Non è rigidamente ancorato a un livello specifico
- E' *comprensibile*, anche se questo non significa necessariamente che verrà risolto
- Favorisce le esplorazioni
- L'eventuale riferimento al vissuto / familiare è 'sensato'
- Pone una domanda 'sensata'
- ...

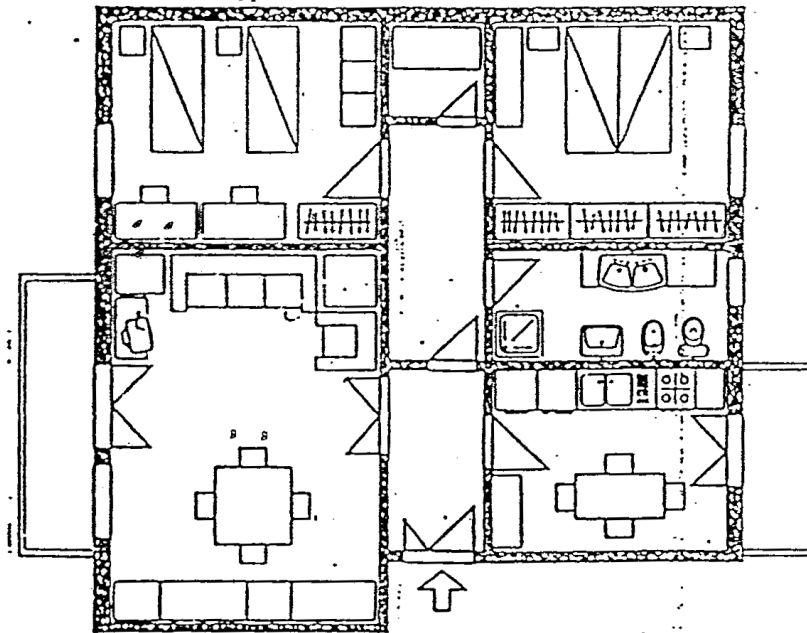
Pierino e Luigi vanno con i genitori ad acquistare la moquette da mettere nella loro camera della nuova casa, più grande e luminosa, e parlano con gioia della bella veranda del soggiorno, lunga ben 4 metri, dove potranno giocare.

Giunti in negozio, il commesso offre loro un rotolo di 15 metri quadrati di una bella moquette in offerta speciale e che piace molto ai bambini.

I genitori decidono di acquistarla, ma scoprono con disappunto che sulla piantina dell'appartamento che hanno con loro non sono segnate le misure, e pensano di rinviare l'acquisto.

Ma il commesso fa presente che nel frattempo potrebbe venderla ad altri.

Vuoi aiutare Pierino ed i suoi a decidere se possono comprare la moquette in offerta senza correre il rischio di avere meno moquette del necessario?



Importanza di:

- Essere consapevoli dell'obiettivo che ci poniamo
- Scegliere un problema 'adeguato'
- Utilizzarlo in modo adeguato (tempi, luogo, contesto, indicazioni agli allievi, ruolo dell'insegnante,...)

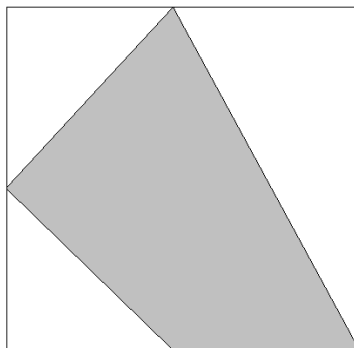
Alcune indicazioni

- Matematica 2001 (materiali UMI)
- Attività m@tabel
- I problemi del Rally Matematico Transalpino (RMT)
- Prove INVALSI
- ...

Alcuni esempi

Il giardino del signor Torquato (Cat. 3, 4)

Questo è il giardino del signor Torquato:



Nella parte grigia egli ha piantato fiori e ha seminato a prato la parte bianca.

Il signor Torquato osserva il suo giardino e si chiede:

“Sarà maggiore la parte con i fiori o quella con il prato?”

E voi che cosa ne pensate?

Spiegate la vostra risposta.

I tre forzieri (Cat. 5,6)



Il contenuto di ciascuno di questi tre forzieri ha lo stesso valore di 30 pezzi d'oro.

In ogni forziere ci sono solo lingotti.

Nel primo forziere ci sono 4 lingotti piccoli ed 1 lingotto medio.

Nel secondo forziere ci sono 2 lingotti piccoli e 2 lingotti medi.

Nel terzo forziere ci sono 1 lingotto medio ed 1 lingotto grande.

Quanti pezzi d'oro vale un lingotto piccolo?

Quanti pezzi d'oro vale un lingotto medio?

Quanti pezzi d'oro vale un lingotto grande?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

Il naso di Pinocchio (Cat. 3, 4, 5)

Il naso di Pinocchio è lungo 5 centimetri.

Quando Pinocchio dice una bugia la Fata dai capelli turchini glielo fa allungare di 3 centimetri, ma quando Pinocchio dà una risposta sincera la Fata glielo fa accorciare di 2 centimetri.

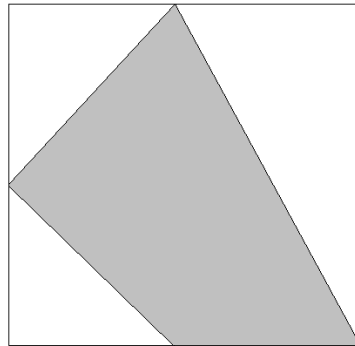
Alla fine della giornata Pinocchio ha il naso lungo 20 centimetri e ha detto 7 bugie.

Quante risposte sincere ha dato Pinocchio alla Fata nel corso della giornata?

Spiegate come avete fatto a trovare la risposta.

Problema: Il giardino del signor Torquato

Questo è il giardino del signor Torquato:



Nella parte grigia egli ha piantato fiori e ha seminato a prato la parte bianca.

Il signor Torquato osserva il suo giardino e si chiede:

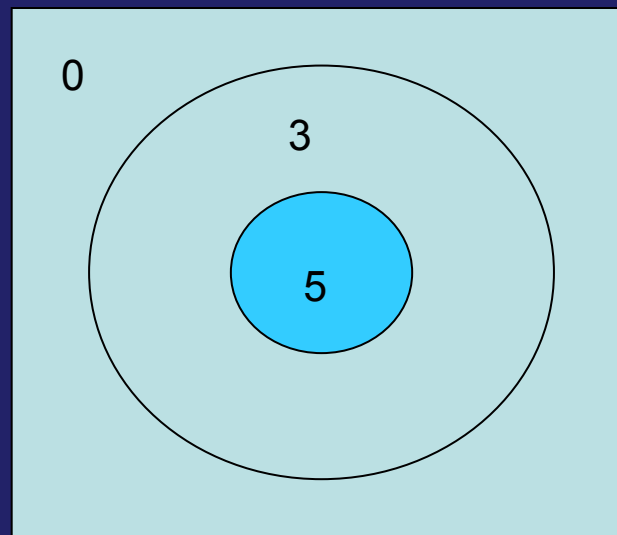
“Sarà maggiore la parte con i fiori o quella con il prato?”

E voi che cosa ne pensate?

Spiegate la vostra risposta.

Il bersaglio (Cat. 3,4)

Saverio ha ottenuto un totale di 11 punti lanciando le sue quattro freccette su questo bersaglio.



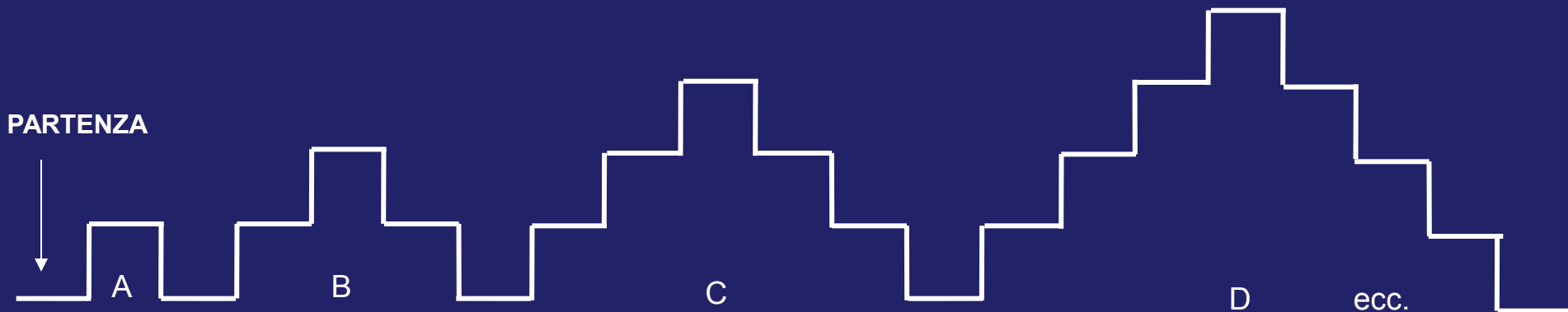
Egli sostiene che tirando ogni volta quattro freccette può ottenere tutti i possibili punteggi da 3 a 20.

Che cosa ne pensate?

Per ogni punteggio trovato indicate i vostri calcoli.

Corsa ad ostacoli (Cat. 3, 4, 5)

In un parco giochi, c'è un percorso formato da scale.



Piero è alla partenza, e deve superare, nell'ordine, gli ostacoli A, B, C, D, E, F, G, H, ...

Egli deve avanzare, gradino dopo gradino, senza saltarne nemmeno uno e senza fare più di un passo sullo stesso gradino.

Fa il suo primo passo su A.

Al quarto passo si trova sulla sommità di B.

Indicate con precisione il gradino sul quale si trova Piero al 50° passo.